

一般化線形混合モデルによる 格付推移モデルのベイズ推定 ～日本の格付推移データによる実証分析～

田中 翔平

一橋大学大学院 国際企業戦略研究科
金融戦略・経営財務コース
中川 ゼミ
学籍番号：IM14F032

2016年3月11日

本研究の要旨 (1)

研究課題

- 日本企業の格付推移はどのような要因で説明ができるか。
- マクロ経済変数のみで日本の格付推移を説明できるか。

先行研究

- デフォルト率や格付推移行列は**景気**とともに時系列に変動 (Nickell et al.(2000), Bangia et al.(2002) など)
- 一方、最近の信用リスク研究では、**米国データ**による実証分析において、観測不可能な**潜在変数の有効性**が明らかとなっている (Wendin & McNeil(2007) など)

実証分析の主な結果

- Wendin & McNeil(2007) の米国データでの実証研究同様、本邦データにおいても観測不可能な**潜在変数**が有効であることを確認

本研究の要旨 (2)

分析手法の概要

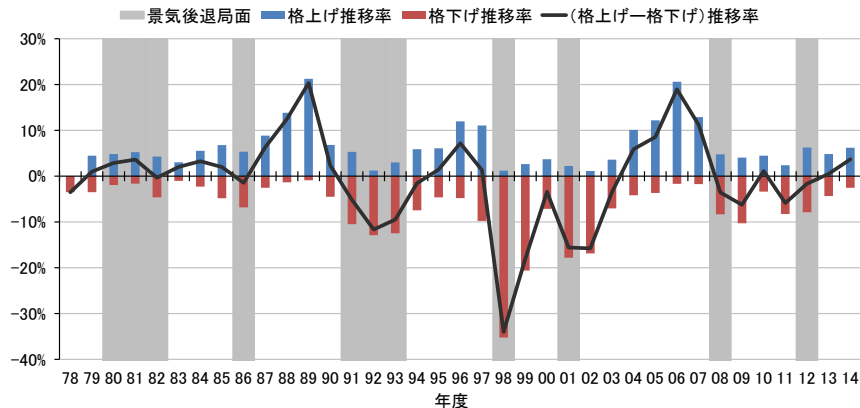
- 一般化線形混合モデル (GLMM)(順序プロビットに潜在変数を導入)
- ベイズ推定
- マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MC サンプラー : Stan)

本研究の貢献

- 一般化線形混合モデル (GLMM) を適用
 - ✓ **ファイナンス分野**にて日本での一般化線形混合モデルの実証分析は**僅か**
 - ✓ 系列相関を勘案した**動的な潜在変数**を導入する実証研究は稀
- 複数の観測可能なマクロ経済変数を検討
 - ✓ Wenden & McNeil(2007) などの先行研究では**単一 (景気指数)** の観測可能なマクロ経済変数のみを用いた実証分析
 - ✓ 観測可能なマクロ経済変数について十分に調査しなければ、**単に不十分な説明変数**があることにより、潜在変数の有用性を論じてしまうリスクがあると考えたため

格付推移の傾向

- 格上げ推移・格下げ推移ともに毎年度発生している
- 格下げ推移は景気後退局面に多く、格下げ推移はその逆となる傾向



・景気後退局面は当該年度初において「後退」の期間であることを表している。

格付推移行列

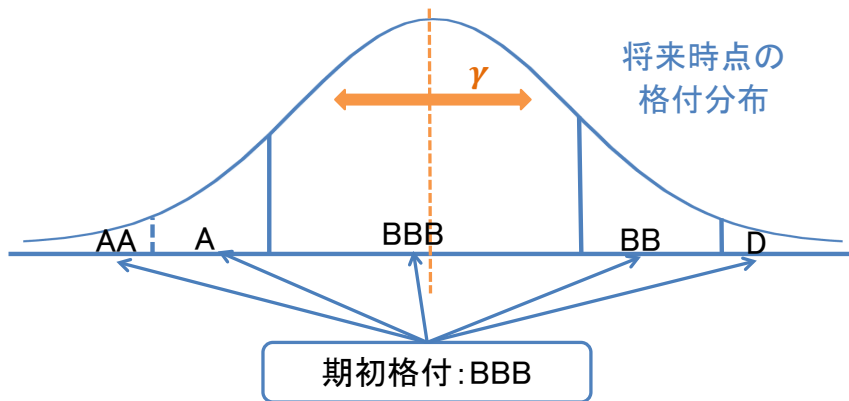
- 格付推移データは、**多分岐カテゴリーデータ** & **序列付き**のデータ
- 格付推移行列は行列の形状をとっているが、“行”方向で解釈する
- 期初格付を所与とした将来時点の格付分布の推定により、格付推移行列全体がモデリングできる

		期末の符号							サンプル数
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC-C	
期 初 の 符 号	AAA								0
	AA		100.0						136
	A		1.2	98.4	0.3				322
	BBB			4.8	94.4	0.8			125
	BB				33.3	66.7			9
	B						100.0		1
	CCC-C							100.0	1

表 1: 格付推移行列 (2014 年度における格付推移 (期初の符号は 2014 年 4 月 1 日、期末の符号は 2015 年 3 月 31 日時点のそれぞれの格付)、サンプル数の単位は件数、その他の単位は%)

格付推移モデル

- 信用リスクの大きさを表す要因 (γ) が分布の中心を決定し、将来時点の格付分布を決定する
- 景気が良い (悪い) ときには、格上げ (格下げ) 確率が上昇を表現
- 信用リスクの大きさを表す要因はマクロ変数要因と潜在変数要因の線形式で表す ($\gamma = (\beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_k X_{k,t}) + (\Psi_{1,t} + \dots + \Psi_{\ell,t})$)



一般化線形混合モデル

一般化線形混合モデル (Generalized Linear Mixed Model, GLMM)

一般化線形モデルに、データとして得ることができる説明要因に加え、観測することが困難な要因である潜在変数を考慮するモデル

潜在変数の役割

- データとして得られる説明要因だけでは説明できない応答変数の変動を把握（過分散）
- 観測可能なマクロ経済変数だけでは捉えきれない格付推移データの変動を捉えることができる
- さらに系列相関がある動的な潜在変数とすることで、格付推移データの異時点間の関係を捉えることができる

発行体間/異時点間の依存関係が生じる背景

依存関係が発生する理由

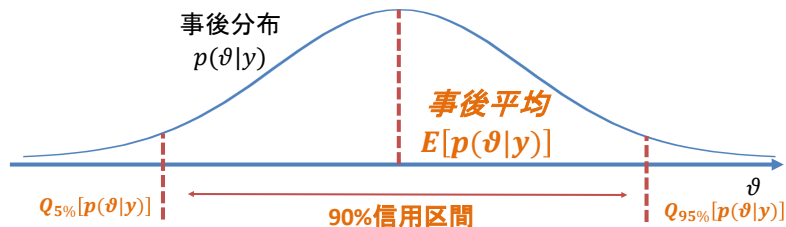
- 景気と連動すること（特に低格付にその傾向が目立つ。）
 - ✓ 様々な企業が共通のマクロ経済要因の影響を受け、企業の財務健全性に影響を与えるため。
- 商取引関係などを背景とする信用伝播（contagion）の存在。
 - ✓ 企業同士の親密な取引関係、貸借関係など企業間の直接的な商取引関係があるため
 - ✓ 取引相手先リスク
- 情報を背景とする信用伝播（Enron や Worldcom の不正会計の事例）
 - ✓ 債権者等がある特定の企業に対する信用不安から、その他の企業に対しても信用上の懸念を抱くため
 - ✓ 債権者の学習
- etc

一般化線形混合モデルの推定方法

ベイズ推定

- 最尤法の実施にあたり、潜在変数の積分が必要（動的な潜在変数では、2ファクターであったとしても、 $30 \times 2 = 60$ 次元の積分！）
- データ y 、パラメータ ϑ とし、ベイズの定理 $p(\vartheta|y) \propto p(y|\vartheta)p(\vartheta)$ ^a にてパラメータの推測をする
- 事後分布を解析的に評価し難いため、多変量確率分布からの乱数を得るアルゴリズムであるマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）を利用

^a $p(\vartheta|y)$ を事後分布、 $p(y|\vartheta)$ を標本分布、 $p(\vartheta)$ を事前分布と呼ぶ



本研究で使用するデータ

格付推移

- 格付投資情報センター提供の R&I Rating Transition Statistics(RTS)
- 格付区分は、AA 格以上、A 格、BBB 格、BB 格以下の 4 区分
→ 4 × 5 の格付推移行列
- 業種区分は事業法人と金融法人の 2 区分
- 推定期間は 1985 年 ~ 2014 年の 30 年間 (年度データ)
- データサイズは事業法人は約 513 社/年度、金融法人は約 89 社/年度

マクロ経済変数

- 過去の信用リスク研究においてデフォルト率・格付推移行列を説明するうえで有意となった変数を参考に、日本でのデータ入手可能性を鑑みて、12 個の観測可能なマクロ経済変数を候補とする。

観測可能なマクロ経済変数の候補一覧

略称	項目説明
rgdp	実質 GDP 成長率
topix return	東証株価指数リターン
topix hv	東証株価指数ボラティリティ
IPP	鉱工業生産指数の変化率
callrate	無担保翌日物コールレート
JGB10yr	10 年国債新発債流通利回
LS rate	長短金利差 (10 年国債新発債流通利回 - 3 カ月 TIBOR)
Recession Indicator	景気基準日付に基づく不況指標
fx	実質実効為替レート指数
CI Leading	景気動向指数 (CI) 先行指数
CI Coincident	景気動向指数 (CI) 一致指数
CI Lagging	景気動向指数 (CI) 遅行指数

1. マクロ経済変数のみを用いた分析

推定モデル

- マクロ経済変数のみ^aを用い、ステップワイズ法で変数選択（全5モデル）
 - ① **基本**モデル ($\gamma = \mathbf{x}'_t \beta$)
 - ② **格付**効果モデル ($\gamma = \mathbf{x}'_t \beta_k$ 、 $\gamma = \mathbf{x}'_{k,t} \beta_k$, $k \in \{AA, A, BBB, BB\}$)
 - ③ **業種**効果モデル ($\gamma = \mathbf{x}'_t \beta_s$ 、 $\gamma = \mathbf{x}'_{s,t} \beta_s$, $s \in \{Corp, Fin\}$)

^aマクロ経済変数は各々単位があるため、本研究では標準化している

分析結果

- **業種**にて**係数**かつ**マクロ経済変数**が異なるモデルが選択

パラメータ名	事後平均	事後標準偏差	事後分布 5%点	事後分布 95%点	WAIC
$\beta_{rgdp, Corp}$	0.10	0.02	0.07	0.13	1,904
$\beta_{Recession\ Indicator, Corp}$	-0.06	0.02	-0.09	-0.03	
$\beta_{CI\ Coincident, Corp}$	0.15	0.02	0.12	0.17	
$\beta_{topix\ hv, Fin}$	-0.08	0.04	-0.14	-0.02	
$\beta_{Recession\ Indicator, Fin}$	-0.15	0.05	-0.23	-0.07	
$\beta_{CI\ Leading, Fin}$	0.30	0.05	0.23	0.38	

2. マクロ経済変数+潜在変数の分析

推定モデル

- 潜在変数のみ最適なモデル^aをベースに、ステップワイズ法で観測可能なマクロ経済変数の変数選択を行う。

^a業種ごとに独立で、事業法人は動的な潜在変数、金融法人は静的な潜在変数

分析結果

- 潜在変数を導入した方が情報量基準 (WAIC^a) が小さい。

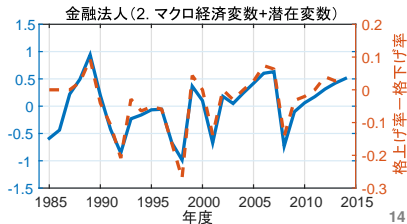
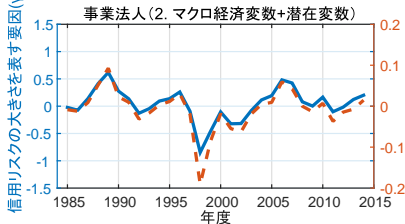
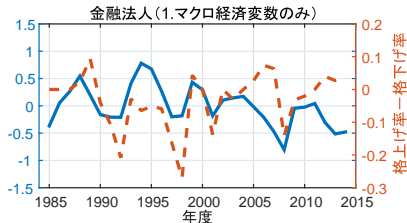
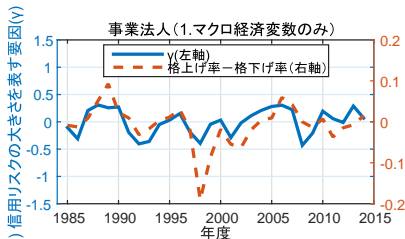
パラメータ名	事後平均	事後標準偏差	事後分布 5%点	事後分布 95%点	WAIC
σ_{Corp}	0.20	0.03	0.15	0.25	1,624
σ_{Fin}	0.29	0.07	0.20	0.41	
α_{Corp}	0.68	0.14	0.43	0.90	
$\beta_{CI\ Leading, Corp}$	0.21	0.05	0.12	0.29	
$\beta_{Recession\ Indicator, Fin}$	-0.33	0.07	-0.44	-0.21	
$\beta_{CI\ Coincident, Fin}$	0.21	0.07	0.09	0.32	

^aGLMMにおける潜在変数のように隠れた変数がある構造を持つモデルにおいて利用できる^{とされている}最近開発されたWAICに注目し、本研究では情報量基準としてWAICを用いる

2. マクロ経済変数+潜在変数の分析

潜在変数の導入による効果（実績値 vs 推定値）

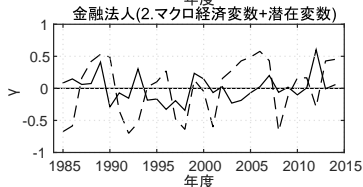
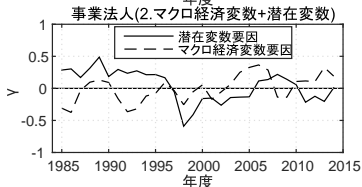
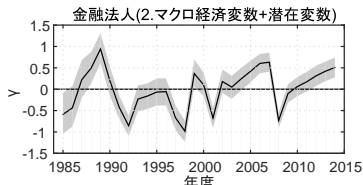
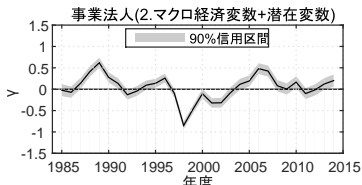
- 潜在変数を導入することにより**実績値とのフィッティングが向上している**ことが視覚的に確認できる



2. マクロ経済変数+潜在変数の分析

信用リスクの大きさを表す要因 (γ) の業種比較

- 時系列の推移は事業法人と金融法人で異なる
- 事業法人よりも金融法人の方が変動が大きい
(=業種内相関は事業法人よりも金融法人の方が高い)
- マクロ経済変数部分で、事業法人は約 4 割、金融法人約 6 割が説明



結論・今後の課題

結論

- Wenden & McNeil(2007) の米国データでの実証研究同様、本邦データにおいても観測不可能な**潜在変数**が有効であることを確認
- 事業法人よりも金融法人の方が信用リスクの大きさを表す要因の変動が大きい(=業種内相関は事業法人よりも金融法人の方が高い)
- 事業法人は約**4割**、金融法人約**6割**が景気要因による依存性を示唆
- 事業法人は約**6割**が、金融法人は約**4割**が信用伝播などにより依存性を示唆

今後の課題 → 潜在変数の意味付け

- 格付哲学 (rating philosophy) の違いか
- 信用伝播 (contagion) Or 格付モメンタム (rating momentum^a) か
⇒ 債務者ベースのデータを用い、生存分析モデルにて実証が必要
- 動的な潜在変数の業種間の依存関係はあるか

^aRating Momentum が生じる背景について Löffler(2004) では、漸進主義的な格付運営 (Gradualizm) が評価対象の発行体自体が漸進的に信用力が変化していることの2つの可能性があることを指摘している。