

# 確率ボラティリティモデルを用いた イディオシンクラティック・ボラティリティの実証分析

伊藤 拓之

Hitotsubashi University, ICS 2011 年修了

2011 年 9 月 28 日

# Introduction

## Introduction

- 現代ポートフォリオ理論でリスクとリターンはトレードオフ  
近年の研究ではトレードオフの関係が成立していないか？
- 確率ボラティリティモデルの推計法がベイズ統計で注目  
ボラティリティは時系列変動、SVモデル化が必要  
誤差項に相関を入れたモデルで負の相関が各資産で観測
- 最小分散ポートフォリオや volatility puzzle が生じる原因？  
行動ファイナンス的視点での理由付けが大多数

## Contribution in this research

- イディオシンクラティック・ボラティリティに確率ボラティリティモデルを適用
- 確率ボラティリティモデルのレバレッジ効果が volatility puzzle 影響する？
- volatility puzzle を理論面からの説明を試みる。

# Research Survey on US Market Idiosyncratic Volatility

Table: Research Survey on US Market Idiosyncratic Volatility

researcher	date	title	detail
Ang, Hodrick, Xing, Zhang	2006	The Cross-Section of Volatility and Expected Returns	イデオシンクラティック・ボラティリティと将来リターンの関係について分析しており、Fama-Frenchモデルによるイデオシンクラティック・ボラティリティが高い銘柄ほど、将来リターンが有意に低くなることを示した。ベータや企業規模等の調整後の相対リターンでも、イデオシンクラティック・ボラティリティが高い銘柄ほど、将来リターンが有意に低くなることを確認している。
Blitz, Viet	2007	The Volatility effect	1985年～2006年の期間で先進国株式を対象に、過去3年の月次リターンで計算したボラティリティの水準とリターンの関係を分析し、ボラティリティが高いほどリターンは低いと報告した。さらに、期間別や地域別、企業規模等の特性値別に分析対象を絞っても、同じ結果であることを示した。これは株式市場ではリスクとリターンのトレードオフが成立していないことを意味する。
Bali, Cakici	2008	Idiosyncratic Volatility and the Cross-Section of Expected Returns	イデオシンクラティック・ボラティリティと期待リターンの関係において、異なるボラティリティの計測方法、3つの加重方法、3つのブレイクポイント、2つの異なるサンプルに基づく分析を行った。その結果value-weightedのポートフォリオで、Ang, Hodrick, Xing and Zhang[2006] と同様の結果が得られたが、ほかのサンプルでは、イデオシンクラティック・ボラティリティと将来リターンのロバストな関係を見出すことはできなかった。
Ang, Hodrick, Xing, Zhang	2008	High idiosyncratic volatility and low returns: International and further U.S. evidence	検証を先進23カ国に拡張し、米国と同様の結果を報告した。
Fu	2009	Idiosyncratic risk and the cross-section of expected stock returns	期待イデオシンクラティック・ボラティリティを推定するためE-GARCHモデルを用いて検証したところ、条件付の期待イデオシンクラティック・ボラティリティと期待リターンの間に有意に正の関係があることが分かった。さらに、Ang, Hodrick, Xing and Zhang [2006] の結果は、高イデオシンクラティック・ボラティリティを小型株銘柄群のリターン・リバーサルで説明しているに過ぎないと結論付けた。
Hung, Liu Rhee, Zhang	2010	Return Reversals, Idiosyncratic Risk, and Expected Returns	イデオシンクラティック・ボラティリティと期待リターンとの関係は様々な要素が混ざっていると、リターン・リバーサル効果をコントロールすると、イデオシンクラティック・ボラティリティと期待リターンとの負の関係は消えた。一方、条件付きのイデオシンクラティック・ボラティリティと期待リターンの正の関係はリターン・リバーサル効果を調整しても頑健であった。

# Research Survey on Japanese Market

Table: Research Survey on Japanese market

researcher	date	titile	detail
山田、上崎	2009	低ボラティリティ株式運用	<p>1975年1月～2008年10月の日本株式および1990年1月～2008年10月のグローバル株式(先進国)データを用いて、過去のボラティリティと事後的なリターン、リスク、シャープレシオの関係を検証した。ほとんどのユニバースにて、低ボラティリティの分位ポートフォリオが高ボラティリティの分位ポートフォリオに比べて統計的に優位にシャープレシオが高かった。最小分散ポートフォリオは市場ポートフォリオよりも、リターンとシャープレシオはおおむね高いが統計的に有意な差はなく、一方リスクは有意に低いとの結果が得られた。等分散ポートフォリオは、市場ポートフォリオよりもシャープレシオが有意に高かった。</p> <p>低ボラティリティ株式の高リターン・アノマリーが生じる原因として、(1)不確実な将来の業績に対する投資家やアナリストの誤認、(2)益出し損切りルールによる売買圧力(3)楽観的な投資家による高ベータ株への過大な期待、(4)運用者のビジネス上の判断による誤謬を推測している。</p>
石部、角田、坂巻	2009	最小分散ポートフォリオとボラティリティ効果	<p>日本株式、先進国株式および外国株式市場を対象に最小分散ポートフォリオ効果を検証し、さらに日本株式市場を対象に分位ポートフォリオによるボラティリティ効果を検証した。ボラティリティ効果ではリスクとリターンのトレードオフは成立しておらず、その傾向は高リスクになるほど顕著であった。このボラティリティ効果は日本および先進各国市場、それを一体とした外国株式、世界株式でも観察された。さらに最小分散ポートフォリオで推計したベータに基づく分位ポートフォリオによる検証では、最小分散ポートフォリオベータを用いるとリスクとリターンのトレードオフ関係がかなり回復するという結果が得られた。このボラティリティ効果の存在する理由として、リスクプレミアムが期待できるリスクと期待できないリスク(ノイズ)があるという仮説、そして裁定に対する制約と非合理的取引が原因という行動ファイナンス的立場からの仮説を紹介している。</p>
山田、永瀬	2010	投資家の期待とボラティリティ・パズル	<p>株式市場に確認されるボラティリティが高いほどリターンが低いとの現象について、投資家や企業アナリストからの過度の期待がこのボラティリティ・パズルの原因であることを示した。株価ボラティリティの高い企業は将来の業績を強気に予想し、株価は割高に評価される傾向がある。しかし、その期待は平均的に過大であり、相対的に低い株価リターンが実現される。また著しい高いリターンを期待する投資家の存在がこのパズルの原因であることや収益の変動の大きい企業は企業アナリストから将来の業績を過大に予想される傾向にあることも示した。このような結果から期待とボラティリティが強く結び付いていることを示した。</p>

## Fama-French Model & Idiosyncratic Volatility

### Fama-French 3 Factor Model (1992)

$$r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{MKT,i}(r_{MKT,t} - r_{f,t}) + \beta_{SMB,i}r_{SMB,t} + \beta_{HML,i}r_{HML,t} + \epsilon_{i,t}$$

- $r_{MKT,t}$ : market return
- $r_{SMB,t}$ : spread return between small market value portfolio and big market value portfolio
- $r_{HML,t}$ : spread return between high B/P portfolio and low B/P portfolio

### Idiosyncratic Volatility (Ang et al 2006, Bali et al, 2008)

$$IVOL_i = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\epsilon_{i,t} - \bar{\epsilon}_i)^2}$$

# Stochastic Volatility Model with Leverage

## Stochastic Volatility Model with Leverage

$$r_t = \exp(\lambda_t/2)\epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1)$$

$$\lambda_{t+1} = \alpha + \beta\lambda_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \phi^2)$$

$$\text{Cov}(\epsilon_t, \eta_t) = \rho$$

- パラメータ  $\Theta = (\alpha, \beta, \phi, \rho)$  は推定する必要がある。
- ベイズ統計では MCMC や Particle Filter が用いられているが、計算効率の観点から EIS を用いた最尤法によるパラメータ推定を利用。
- $r_t$  には Fama-French 3 factor model の残差項 ( $\epsilon_{i,t}$ ) を用いて、AR(1) 成分を除去して利用している。

## Efficient Importance Sampler Algorithm with ML (1)

Efficient Importance Sampler(EIS) with ML は最尤法によるパラメータ推定と潜在変数であるボラティリティ過程のフィルタリングからなる。

$$L(\Theta; R) = \int \prod_{t=1}^T \frac{f_t(r_t, \lambda_t | R_{t-1}, \Lambda_{t-1}; \Theta)}{m_t(\lambda_t | \Lambda_{t-1}; a_t)} \prod_{t=1}^T m_t(\lambda_t | \Lambda_{t-1}; a_t) d\Lambda$$

$$R = \{r_t\}_{t=1}^T, \quad \Lambda = \{\lambda_t\}_{t=1}^T$$

$$f_t(r_t, \lambda_t | R_{t-1}, \Lambda_{t-1}; \Theta) = g_t(r_t | R_{t-1}, \Lambda_t; \Theta) p_t(\lambda_t | R_{t-1}, \Lambda_{t-1}; \Theta)$$

$$g_t(r_t | \lambda_t; \Theta) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}[r_t^2 \exp\{-\lambda_t\} + \lambda_t]\right\} \quad t = 1 \rightarrow T$$

$$p_t(\lambda_t | \lambda_{t-1}; \Theta) \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi\phi} \sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{(\lambda - \alpha - \beta\lambda_{t-1})^2}{2\phi^2(1-\rho^2)}\right\} \quad t = 2 \rightarrow T$$

$$p_1(\lambda_1 | \lambda_0; \Theta) \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi\phi} \sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1-\beta^2}{2\phi^2(1-\rho^2)} \lambda_1^2\right\} \quad t = 1$$

## Efficient Importance Sampler Algorithm with ML (2)

一致する importance sampling MC 推定は以下に与えられる。

$$L_N(\Theta; R, a) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \prod_{t=1}^T \frac{f_t(r_t, \lambda_t^{(i)} | R_{t-1}, \Lambda_{t-1}^{(i)}; \Theta)}{m_t(\lambda_t^{(i)} | \Lambda_{t-1}^{(i)}; a_t)} \right]$$

重点密度関数  $m_t$  はガウス分布が用いられ、補助パラメータ  $a_t = (a_{1t}, a_{2t})$  を用いて、 $m_t \propto \exp(a_{1t}\lambda_t + a_{2t}\lambda_t^2)$  と書け、補助サンプラーはガウス密度関数  $N(\mu_t, \sigma_t)$  と書ける。

$$\mu_t = \sigma_t^2 \left( \frac{\alpha + \beta \lambda_{t-1}}{\phi^2(1 - \rho^2)} + a_{1t} \right), \quad \sigma_t^2 = \frac{\phi^2(1 - \rho^2)}{1 - 2\phi^2(1 - \rho^2)a_{2t}}$$



## Efficient Importance Sampler Algorithm with ML (3)

### EIS Algorithm (Liesenfeld et al ,2008)

1.  $p_t \sim N(\alpha + \beta\lambda_{t-1}, \phi^2(1 - \rho^2))$  からサンプリングして、潜在変数列  $\{\lambda_t\}_{t=1}^T$  を作成。
2. Step  $T \rightarrow 1$  に向けて前のステップで生成された観測値を用いて OLS 回帰によって推定。

$$\ln g_t(r_t | \lambda_t^{(i)}, \Theta) + \ln k_{t+1}(\lambda_t^{(i)}, \hat{a}_{t+1}) = c_t + a_{1t} \lambda_t^{(i)} + a_{2t} [\lambda_t^{(i)}]^2 + u_t^{(i)}$$

3. 効率的サンプル  $N(\mu_t, \sigma_t^2)$  からサンプリングして、潜在変数列  $\{\lambda_t\}_{t=1}^T$  を作成し、 $L_N(\Theta; R, a)$  を計算。
4.  $L_N(\Theta; R, a)$  が最大となるパラメータ  $\Theta$  の組み合わせを探す。

## Data in US Market & Japanese Market

### US Market

- US 2010/08/31 現在の SP500 採用銘柄の 2000/01/02 ~ 2010/06/30 の日次株価、月末最終営業日の株価、時価総額、PBR を Bloomberg より取得。
- US Fama-French Portfolio Return Data は Kenneth R. French 氏の HP の日次、月次の [Fama-French Benchmark Factor] を利用。

### Japanese Market

- Japan 2010/08/31 現在の TOPIX500 採用銘柄の 2000/01/02 ~ 2009/12/30 の日次株価、月末最終営業日の株価、時価総額、PBR を Bloomberg より取得。
- Japan Fama-French Portfolio Return Data は日経メディアマーケティング社の日次、月次の [Fama-French Benchmark Factor] を利用。

## Empirical Analysis Method(1)

### Empirical Analysis Method

- イディオシンクティック・ボラティリティの推計  
日次 Fama-French Benchmark Factor を用いて、各月で Fama-French 3 Factor Model より残差リターンを計算。その標準偏差がイディオシンクティック・ボラティリティ。
- 確率ボラティリティモデルによるパラメータ推計  
確率ボラティリティモデルは 12 カ月分の Fama-French 3 Factor Model より残差リターンから AR(1) 成分を引いたリターンに適用。1 カ月毎にローリングさせてパラメータを推計。

### Sorted Portfolio Backtest Method

- 毎月 5 分位ポートフォリオを作成して、翌月リターンを計算。
- Equal-weighted と Value-weighted にてリターンを計算。
- ポートフォリオ特性は各 factor の平均値を採用。

## Empirical Analysis Method(2)

## Fama-MacBeth Cross-section Regression Analysis

1. 各時点でクロスセクション回帰を行い、各ファクターの有効性を検証。

$$r_{i,t} = \alpha_t + \sum_{j=1}^K \beta_{j,t} f_{i,t} + \epsilon_{i,t}$$

2. クロスセクション回帰の係数の時系列平均を計算。

$$\hat{\beta}_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \beta_{j,t} \quad \hat{\alpha} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \alpha_t$$

3. 統計的検定は「時系列平均が0と有意に異なるか」を帰無仮説としてt検定。

## Empirical Analysis Method(3)

### Factors

- Size ファクターは  $\ln(\text{marketvalue})$ 。
- Value ファクターは PBR。
- Momentum ファクターは前月リターンの  $Ret(-1)$  および前月リターンを除いた 1 年リターン  $Ret(-12, -1)$  を用いた。
- Volatility, Skew,  $\beta$  は月次 36ヶ月分から計算。
- 確率ボラティリティモデルによるファクター  
ボラティリティの平均 (SV Average, SV1) を  $\frac{\alpha}{1-\beta}$ 、ボラティリティの分散 (SV Variance, SV2) を  $\frac{\phi^2}{1-\beta^2}$ 、レバレッジ効果 (SV Leverage, SV3) を  $\rho$  を用いて計算。

## Sorted Portfolio Backtest Result (US) (1)

Table: Sorted Portfolio Backtest Result Equal-weighted

Factor	low	2	3	4	high	spread
Idiosyncratic Volatility	0.704% (1.823)*	0.778% (1.726)*	0.973% (1.842)*	1.131% (1.941)*	1.597% (2.110)**	0.893% (1.872)*
SV Average (SV1)	0.694% (1.705)*	0.937% (2.159)**	0.780% (1.627)	1.052% (1.879)*	1.681% (2.252)**	0.914% (1.994)**
SV Variance (SV2)	1.309% (1.961)*	0.937% (1.790)*	1.072% (1.821)*	0.905% (1.821)	0.889% (2.109)	-0.421% (-1.089)
SV Leverage (SV3)	0.720% (1.824)*	0.906% (1.926)*	1.262% (2.211)**	0.928% (1.633)	1.253% (2.177)**	0.533% (1.809)*

上段は 5 分位ポートフォリオのリターン、下段は t 値を示す。

下段の \* は両側検定 10 % 有意水準、\*\* は両側検定 5 % 有意水準、\*\*\* は両側検定 1 % 有意水準を示す。

- Idiosyncratic Volatility が高いほどリターンは高い。
- 確率的ボラティリティの平均が高いほどリターンは高い。
- 確率的ボラティリティのレバレッジ効果が低いほどリターンは低い。

## Sorted Portfolio Backtest Result (US) (2)

Table: Sorted Portfolio Backtest Result Value-weighted

Factor	low	2	3	4	high	spread
Idiosyncratic Volatility	0.369% (0.300)	0.257% (0.530)	0.377% (0.822)	0.452% (0.911)	0.457% (0.513)	0.088% (0.848)
SV Average (SV1)	0.108% (0.295)	0.327% (0.853)	0.328% (0.735)	0.266% (0.492)	0.154% (0.245)	0.045% (0.109)
SV Variance (SV2)	-0.002% (-0.004)	0.314% (0.672)	0.366% (0.865)	0.303% (0.683)	0.234% (0.600)	0.237% (0.681)
SV Leverage (SV3)	0.117% (0.308)	0.117% (0.281)	0.491% (1.006)	0.324% (0.631)	0.326% (0.640)	0.209% (0.705)

上段は 5 分位ポートフォリオのリターン、下段は t 値を示す。

下段の \* は両側検定 10 % 有意水準、\*\* は両側検定 5 % 有意水準、\*\*\* は両側検定 1 % 有意水準を示す。

- Idiosyncratic Volatility とリターンは無関係。
- 確率的ボラティリティの平均や分散とリターンは無関係。
- 確率的ボラティリティのレバレッジ効果とリターンは無関係。

## Sorted Portfolio Characteristic (US) (1)

Table: Idiosyncratic Volatility Sorted Portfolio Characteristic

Factor	low	2	3	4	high	spread
ln(MarketValue)	9.425	9.275	9.185	9.113	8.914	-0.511
PBR	3.894	5.103	4.875	4.304	4.782	0.888
Ret(-1,0)	0.624	0.636	1.032	1.229	1.505	0.881
Ret(-12,-1)	9.496	10.951	12.076	13.991	15.941	6.446
Volatility 36M	6.907	8.161	9.279	10.475	13.152	6.246
Skew 36M	-0.079	-0.038	-0.002	0.043	0.120	0.199
$\beta$ 36M	0.668	0.820	0.965	1.134	1.499	0.831
SV Average	-2.247	-1.379	-0.837	-0.152	0.748	2.994
SV Variance	174.027	146.929	124.358	117.359	93.502	-80.524
SV Leverage	-0.468	-0.377	-0.318	-0.271	-0.214	0.254

- Idiosyncratic Volatility が高いほど、企業規模が小さく、過去リターンが高い。
- Idiosyncratic Volatility が高いほど、ボラティリティ・ベータが高い。
- Idiosyncratic Volatility が高いほど、ボラティリティ平均が高く、分散が低い。
- Idiosyncratic Volatility が高いほど、レバレッジ効果が低い。



## Sorted Portfolio Characteristic (US) (2)

Table: SV Leverage ( $\rho$ ) Sorted Portfolio Characteristic

Factor	low	2	3	4	high	spread
ln(MarketValue)	9.345	9.165	9.043	8.918	8.935	-0.410
PBR	4.746	4.451	4.113	4.160	5.205	0.460
Ret(-1,0)	0.808	0.843	1.079	1.235	1.149	0.341
Ret(-12,-1)	10.714	11.106	10.662	14.512	17.531	6.817
Volatility 36M	7.305	8.584	10.622	11.659	11.756	4.451
Skew 36M	-0.031	-0.017	0.037	0.084	0.108	0.139
$\beta$ 36M	0.651	0.804	1.056	1.199	1.211	0.560
SV Average	-2.337	-1.854	-0.725	0.302	0.726	3.063
SV Variance	220.197	141.620	128.829	94.523	70.220	-149.978
SV Leverage	-0.659	-0.511	-0.399	-0.213	0.133	0.791

- SV Leverage ( $\rho$ ) が高いほど、企業規模が小さく、PBR が高い。
- SV Leverage ( $\rho$ ) が高いほど、リターンが高く、ボラティリティやベータが高い。
- SV Leverage ( $\rho$ ) が高いほど、ボラティリティ平均が高く、分散が低い。

## Fama-MacBeth Regression Result (US)

Table: Fama-MacBeth Cross-section Regression Analysis

Model	beta	ln(mkt)	ln(B/M)	pRet	IVOL	SV1	SV2	SV3	$\hat{\alpha}$
model1	0.0004								0.0094
	0.389								1.887
model2	0.0005	-0.0049	0.0044						0.0551
	0.510	-6.283***	1.304						4.991***
model3	0.0005	-0.0039	0.0038	-0.0166					0.0556
	0.501	-6.314***	1.223	1.192					5.164***
model4					0.0022				0.0039
					1.623				1.056
model5	0.0006	-0.0046	0.0033	-0.0174	0.0018				0.0476
	0.594	-6.323***	1.178	-1.405	1.548				5.140***
model6						0.0003	-0.0001	0.0018	0.0104
						0.964	-0.971	0.673	1.996
model7	0.0004	-0.0048	0.0045			0.0004	0.0000	0.0011	0.0536
	0.366	-6.325***	1.335			1.455	-0.979	0.025	4.871***
model8	0.0005	-0.0045	0.0034	-0.0176	0.0017	0.0002	0.0000	0.0006	0.0472
	0.516	-6.313***	1.188	-1.439	1.568	1.263	-0.577	0.336	4.943***

上段は Fama-MacBeth クロスセクション回帰に各ファクターの平均回帰係数リターン、下段は t 値を示す。  
 下段の \* は両側検定 10 % 有意水準、\*\* は両側検定 5 % 有意水準、\*\*\* は両側検定 1 % 有意水準を示す。

## Sorted Portfolio Backtest Result (Japan) (1)

Table: Sorted Portfolio Backtest Result Equal-weighted

Factor	low	2	3	4	high	spread
Idiosyncratic Volatility	0.471% (1.182)	0.692% (1.436)	0.758% (1.371)	0.768% (1.248)	0.989% (1.485)	0.518% (1.327)
SV Average (SV1)	0.696% (1.840)*	0.396% (0.870)	0.708% (1.425)	0.603% (1.028)	0.655% (0.983)	-0.041% (-0.098)
SV Variance (SV2)	0.608% (1.019)	0.535% (0.969)	0.594% (1.115)	0.646% (1.412)	0.677% (1.617)	0.069% (0.232)
SV Leverage (SV3)	0.752% (1.538)	0.655% (1.360)	0.665% (1.191)	0.448% (0.801)	0.535% (1.132)	-0.218% (-1.223)

上段は 5 分位ポートフォリオのリターン、下段は t 値を示す。

下段の \* は両側検定 10 % 有意水準、\*\* は両側検定 5 % 有意水準、\*\*\* は両側検定 1 % 有意水準を示す。

- Idiosyncratic Volatility が高いほどリターンは高い。
- 確率的ボラティリティの平均や分散とリターンは無関係。
- 確率的ボラティリティのレバレッジ効果が高いとリターンは低い。

## Sorted Portfolio Backtest Result (Japan) (2)

Table: Sorted Portfolio Backtest Result Value-weighted

Factor	low	2	3	4	high	spread
Idiosyncratic Volatility	0.140% (0.345)	0.254% (0.509)	0.257% (0.460)	0.120% (0.196)	0.311% (0.486)	0.172% (0.396)
SV Average (SV1)	0.116% (0.299)	-0.145% (-0.319)	0.242% (0.513)	0.017% (0.028)	-0.033% (-0.052)	-0.150% (-0.327)
SV Variance (SV2)	0.095% (0.163)	-0.129% (-0.241)	-0.034% (-0.065)	-0.053% (-0.111)	0.215% (0.507)	0.120% (0.340)
SV Leverage (SV3)	0.189% (0.377)	-0.017% (-0.036)	0.152% (0.266)	-0.148% (-0.261)	0.112% (0.244)	-0.076% (-0.246)

上段は 5 分位ポートフォリオのリターン、下段は t 値を示す。

下段の \* は両側検定 10 % 有意水準、\*\* は両側検定 5 % 有意水準、\*\*\* は両側検定 1 % 有意水準を示す。

- Idiosyncratic Volatility とリターンは無関係。
- 確率的ボラティリティの平均や分散とリターンは無関係。
- 確率的ボラティリティのレバレッジ効果とリターンは無関係。

## Sorted Portfolio Characteristic (Japan) (1)

Table: Idiosyncratic Volatility Sorted Portfolio Characteristic

Factor	low	2	3	4	high	spread
In(MarketValue)	12.368	12.269	12.114	12.143	12.128	-0.241
PBR	1.379	1.477	1.614	1.740	2.260	0.881
Ret(-1,0)	-0.275	0.083	0.557	1.242	1.979	2.254
Ret(-12,-1)	2.671	5.004	6.730	8.305	14.030	11.360
Volatility 36M	7.164	8.535	9.300	9.954	11.273	4.109
Skew 36M	0.297	0.318	0.327	0.330	0.372	0.075
$\beta$ 36M	0.638	0.852	0.961	1.071	1.284	0.647
SV Average	-0.616	0.349	0.691	1.119	1.724	2.340
SV Variance	120.814	84.894	70.725	57.676	46.881	-113.977
SV Leverage	-0.389	-0.359	-0.352	-0.364	-0.399	-0.010

- Idiosyncratic Volatility が高いほど、過去リターンが高い。
- Idiosyncratic Volatility が高いほど、ボラティリティ・ベータが高い。
- Idiosyncratic Volatility が高いほど、ボラティリティ平均が高く、分散が低い。
- Idiosyncratic Volatility は、企業規模・レバレッジ項と無関係。

## Sorted Portfolio Characteristic (Japan) (2)

Table: SV Leverage ( $\rho$ ) Sorted Portfolio Characteristic

Factor	low	2	3	4	high	spread
ln(MarketValue)	12.620	12.690	12.698	12.648	12.671	0.052
PBR	1.461	1.669	1.815	1.759	1.678	0.217
Ret(-1,0)	0.709	0.612	0.507	0.689	0.492	-0.218
Ret(-12,-1)	5.101	4.701	7.460	8.050	6.740	1.639
Volatility 36M	7.749	9.657	10.395	10.083	9.449	1.700
Skew 36M	0.341	0.349	0.363	0.371	0.383	0.042
$\beta$ 36M	0.687	0.962	1.076	1.005	0.916	0.229
SV Average	-1.235	0.652	1.367	1.562	0.898	2.133
SV Variance	117.802	108.587	59.632	27.349	68.465	-49.337
SV Leverage	-0.567	-0.409	-0.199	-0.059	0.204	0.770

- SV Leverage ( $\rho$ ) が企業規模や PBR と無関係。
- SV Leverage ( $\rho$ ) が過去リターンやボラティリティ、ベータと無関係。
- SV Leverage ( $\rho$ ) が高いほど、ボラティリティ平均が高く、分散が低い。

## Fama-MacBeth Regression Result (Japan)

Table: Fama-MacBeth Cross-section Regression Analysis

Model	beta	ln(mkt)	ln(B/M)	pRet	IVOL	SV1	SV2	SV3	$\hat{\alpha}$
model1	0.0013 0.334								0.0041 1.234
model2	0.0021 0.569	-0.0039 -4.242***	0.0146 3.689***						0.0528 4.118***
model3	0.0012 0.341	-0.0039 -4.289***	0.0104 3.162***	-0.0254 -2.265**					0.0533 4.183***
model4					0.0006 0.553				0.0044 1.085
model5	0.0010 0.279	-0.0038 -4.323***	0.0127 3.230***	-0.0326 -2.435**	0.0006 0.940				0.0520 4.111***
model6						0.0001 0.125	-0.0001 -0.871	-0.0037 -1.782*	0.0036 0.840
model7	0.0016 0.479	-0.0039 -4.212***	0.0147 3.685***			0.0003 0.695	-0.0001 -0.944	-0.0032 -1.703*	0.0513 3.990***
model8	0.0007 0.213	-0.0038 -4.304***	0.0126 3.204***	-0.0335 -2.520**	0.0006 0.975	0.0002 0.459	-0.0001 -0.921	-0.0031 -1.715*	0.0505 4.001***

上段は Fama-MacBeth クロスセクション回帰に各ファクターの平均回帰係数リターン、下段は t 値を示す。  
 下段の \* は両側検定 10 %有意水準、\*\* は両側検定 5 %有意水準、\*\*\* は両側検定 1 %有意水準を示す。

## Conclusion

### Conclusion

- イデオシンクラティック・ボラティリティと確率ボラティリティモデルの関係を分析した。
- 日米ともにイデオシンクラティック・ボラティリティが高いほど将来リターンは高い。ただし、value-weighted では効果が消える。
- Ang et al [2006] の結果とは逆になった。原因はユニバースや期間の違いによるところが大きく、Fu[2009] や Huang et al [2010] は Ang et al の結果は小型株のリターンリバーサルと結論付けている。
- 米国の方が、イデオシンクラティック・ボラティリティの効果が強く、過去リターンが高いほど高く、確率的ボラティリティモデルとの関係でもボラティリティの平均が高いほどリターン高く、分散が高いほどリターン低く、レバレッジ効果が高いほど高い。
- 分位ポートフォリオの特性は、日米ともに様々なファクターの影響を受けていると言え、単独の将来リターンを説明するファクターとはなりがたい。
- Fama-MacBeth クロスセクション回帰からは日米ともにイデオシンクラティック・ボラティリティやレバレッジ効果はリターンを説明するファクターとはなりえなかった。





A. Ang, R. J. Hodrick, Y. Xing and X. Zhang, "The Cross-Section of volatility and Expected Returns", *Journal of Finance* vol.61-1, 259-299 (2006).



A. Ang, R. J. Hodrick, Y. Xing and X. Zhang, "High Idiosyncratic Volatility and Low Returns: International and Further U.S. Evidence", *Journal of Financial Economics* vol.91, 1-23 (2009).



T. G. Bali and N. Cakici, "Idiosyncratic Volatility and the Cross section of Expected Returns", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* vol.43-1, 29-58 (2008).



E. F. Fama and K. French, "Cross-Section of Expected Stock Returns", *Journal of Finance* vol.47, 427-465 (1992).



F. Fu, "Idiosyncratic Risk and the Cross-Section of Expected Stock Returns", *Journal of Financial Economics* vol.91, 24-37 (2009).



W. Huang, Q. Liu, S. G. Rhee and L. Zhang "Return Reversals, Idiosyncratic Risk, and Expected Returns", *The Review of Financial Studies* vol.23, 147-168 (2010).



R. Liesenfeld, J. F. Richard, "Classical and bayesian analysis of univariate and multivariate stochastic volatility models", *Journal of Econometric Review* Vol.25(2-3), 335-360 (2006).



Y. Nozawa and N. Nakamura, "Dynamic Pair Copula: Analysis of Stochastic Tail Dependence and Consitional Value-at-Risk", *Proceedings of the 33-th JAFEE meeting (2010:Summer)*, 335-357 (2010).



石部真人、角田康夫、坂巻敏史、「最小分散ポートフォリオとボラティリティ効果」証券アナリストジャーナル第 47 巻第 12 号 (2009).



山田徹、上崎勲、「低ボラティリティ株式運用」証券アナリストジャーナル第 47 巻第 6 号 (2009).



山田徹、渡瀬学、「投資家の期待とボラティリティ・パズル」証券アナリストジャーナル第 48 巻第 12 号 (2010).